

ANGLES ET PARALLELISME

I. Vocabulaire

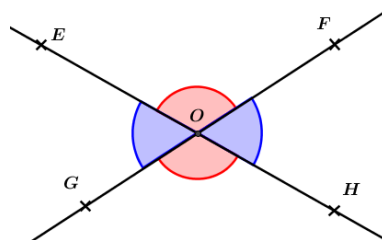
1) Angles opposés par le sommet

Deux **droites sécantes** forment deux paires d'**angles opposés par le sommet**.

Exemple 1 Dans la figure ci-dessous, les angles codés de la même couleur sont opposés par le sommet.

Compléter la phrase suivante :

Les angles $\widehat{EOF}$ et $\widehat{GOH}$ sont opposés par le sommet, ainsi que les angles



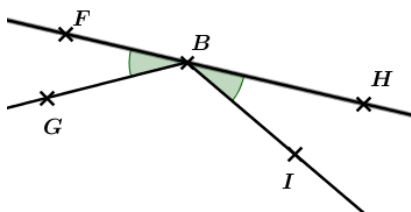
DEFINITION

Deux angles sont dits **opposés par le sommet** lorsque :

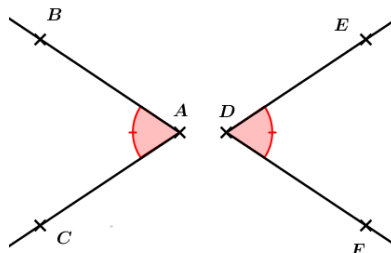
- 1) ils ont le **même sommet**.
- 2) Les **côtés de l'un sont dans le prolongement des côtés de l'autre**.

Exemple 2 Les angles codés dans les figures suivantes sont-ils opposés par le sommet ? Justifier vos réponses dans la page suivante.

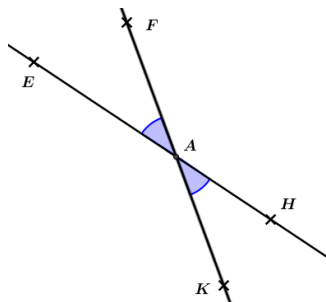
a)



b)



c)



Réponses

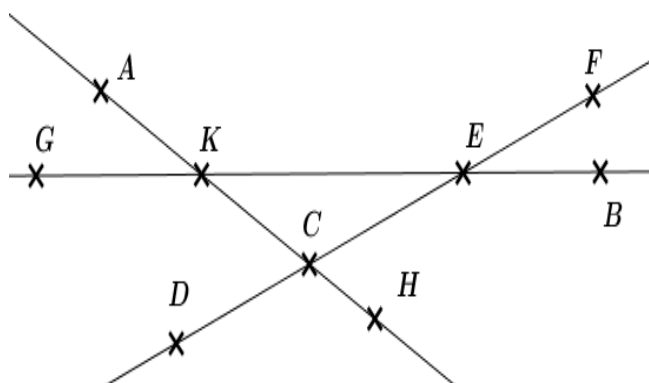
a)

b)

c)

Exemple 3

Citer les angles opposés par le sommet de la figure ci-dessous :



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Remarque Deux angles opposés par le sommet sont symétriques par rapport à leur sommet commun. Donc, on peut affirmer la propriété suivante :

PROPRIETE

Deux angles opposés par le sommet ont la **même mesure**.

Exemple 4 Ecrire trois égalités de mesure d'angles de la figure de l'exemple 3.

1) 2) 3)

Faire les exercices 18 et 19 page 199.

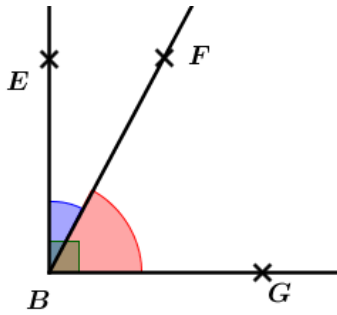
2) Angles complémentaires, angles supplémentaires

Définition

1. Deux angles sont **complémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90° .
2. Deux angles sont **supplémentaires** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180° .

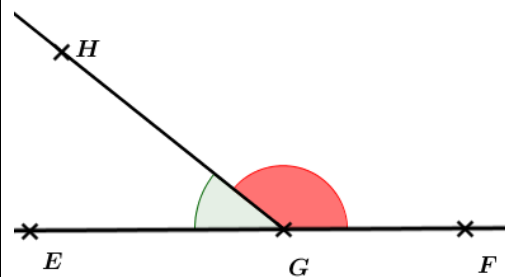
Exemples

a)



Les angles $\widehat{EBF}$ et $\widehat{FBG}$ sont complémentaires.

b) Les points E, F et G sont alignés.



Les angles $\widehat{EGH}$ et $\widehat{HGF}$ sont supplémentaires.

c) Deux angles mesurant 28° et 62° sont complémentaires car $28 + 62 = 90^\circ$.

En revanche, deux angles mesurant 60° et $30,0001^\circ$ ne le sont pas car $60 + 30,0001 = 90,0001^\circ \neq 90^\circ$.

✂ Exercice 1

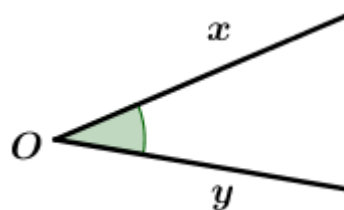
Les angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ suivants sont-ils des angles **complémentaires**, **supplémentaires** ou ni l'un ni l'autre ? Mettre une croix dans la case qui convient après avoir fait les calculs.

	$\hat{a}$	$\hat{b}$	Calculs	Complémentaires	Supplémentaires	Ni l'un, ni l'autre
a)	35°	55°				
b)	115°	65°				
c)	47°	134°				
d)	22°	67°				
e)	30	$5 \times \hat{a}$				

✂ Exercice 2

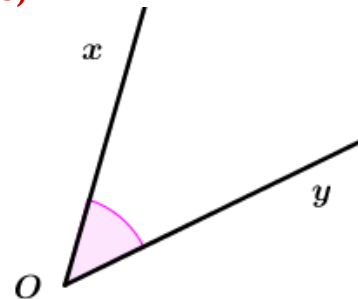
a) Tracer l'angle $\widehat{xOz}$ complémentaire de l'angle $\widehat{xOy}$.

a)



b) Tracer l'angle $\widehat{yOz}$ supplémentaire de l'angle $\widehat{xOy}$.

b)



3) Angles adjacents

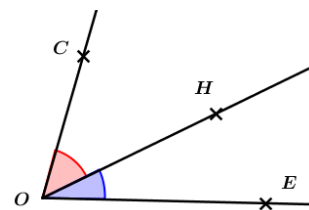
Définition

Deux angles sont dits **adjacents** lorsque :

- 1) Ils ont le **même sommet**.
- 2) Ils ont **un côté commun**.
- 3) Ils sont situés **de part et d'autre de ce côté commun**.

Exemples

Dans la figure ci-contre, les angles $\widehat{COH}$ et $\widehat{HOE}$ sont adjacents. Par contre, les angles $\widehat{COE}$ et $\widehat{COH}$ ne le sont pas.
En effet, dans ce dernier cas, les angles ont le même sommet O , possèdent un côté commun $[OC)$ mais sont situés du même côté que celui-ci.

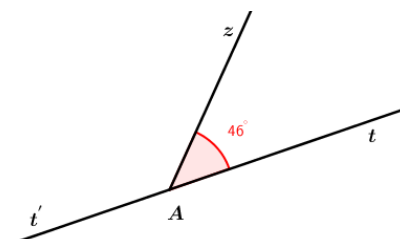


Exercice 1 Les angles proposés sont-ils **adjacents** ?

a) $\widehat{rTs}$ et $\widehat{sTu}$	b) $\widehat{xGu}$ et $\widehat{tGx}$
c) $\widehat{vUx}$ et $\widehat{wUv}$	d) $\widehat{TRS}$ et $\widehat{RSU}$

Exercice 2 Observer la figure puis compléter les affirmations suivantes :

- Les angles $\widehat{tAz}$ et $\widehat{zAt'}$ sont
et
- On peut donc déduire que la mesure de l'angle $\widehat{zAt'}$ est :
 $\widehat{zAt'} = \widehat{tAz} - \dots = \dots - \dots = \dots$



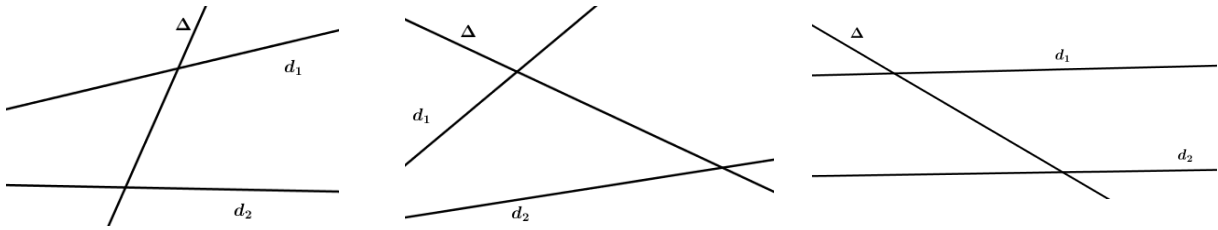
4) Angles alternes-internes

DEFINITION

Soient deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (Δ) . On dit que deux angles sont **alternes-internes** lorsque :

- Ils n'ont pas le même sommet,
- Ils sont de part et d'autre de la sécante (Δ) ,
- Ils sont à l'intérieur de la bande formée par les droites (d_1) et (d_2) .

Exemples Dans chaque cas, coder en rouge deux angles alternes-internes.



Faire les exercices 21 et 22 pages 199

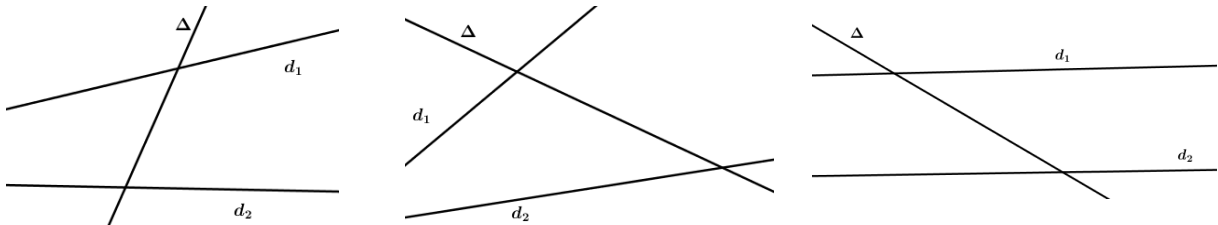
5. Angles correspondants

DEFINITION

Soient deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (Δ). On dit que deux angles sont **correspondants** lorsque :

- 4) Ils n'ont pas le même sommet,
- 5) Ils sont du même côté de la sécante (Δ),
- 6) L'un est situé à l'intérieur de la bande formée par les droites (d_1) et (d_2) et l'autre à l'extérieur.

Exemples Dans chaque cas, coder en rouge deux angles correspondants.



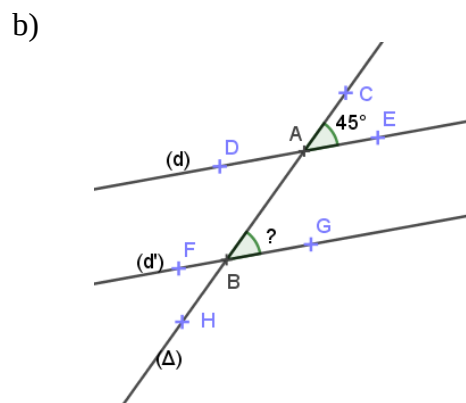
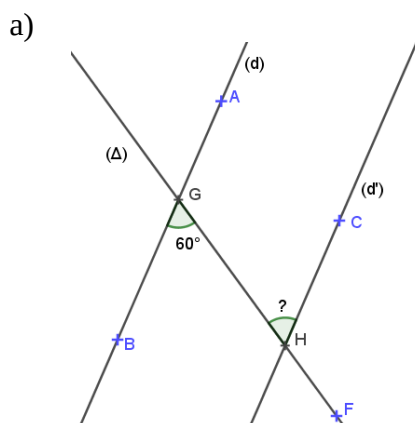
II. Reconnaître des angles de même mesure

Activité GéoGébra

PROPRIETE (Admise)

- 1) Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante, alors les **angles alternes-internes** formés sont de **même mesure**.
- 2) Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante, alors les **angles correspondants** formés sont de **même mesure**.

Exemple Les droites (d) et (d') sont parallèles, déterminer la valeur des angles marqués en justifiant les réponses:



Réponses

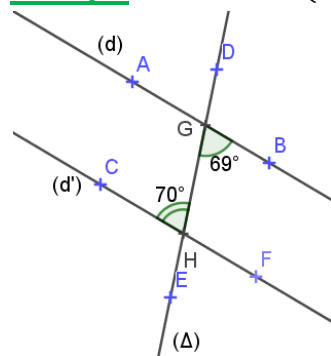
- a) Les droites (d) et (d') coupées par la sécante (Δ) forment des angles alternes-internes $\widehat{BGH}$ $\widehat{GHC}$.
Or, les droites (d) et (d') sont
donc les angles $\widehat{BGH}$ et $\widehat{GHC}$ sont de même
Donc, $\widehat{GHC} = \dots\dots\dots$

b)

Faire les exercices 24 et 27 page 200

Remarque Par contraposition, la propriété permet de démontrer que deux droites ne sont pas parallèles.

Exemple : Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifier.



Réponses

.....
.....
.....
.....
.....

Faire les exercices 30, 34 et 36 page 200

Faire TP scratch : Le parallélogramme avance ... et se transforme

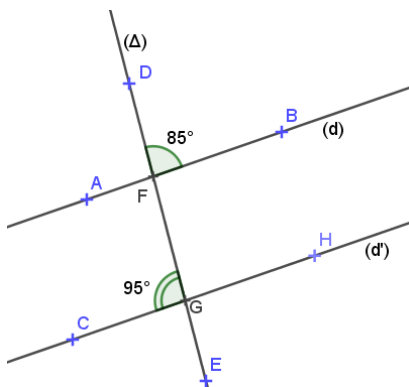
II. Reconnaître des droites parallèles

Fiche des réciproques

PROPRIÉTÉ RÉCIPROQUE (Admise)

- 1) Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles alternes-internes de même mesure** alors ces **droites** sont **parallèles**.
- 2) Si deux droites coupées par une sécante forment **deux angles correspondants de même mesure** alors ces **droites** sont **parallèles**.

Exemple : Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifier.



.....



Faire les exercices 35, 38 et 41 page 201-202.

Exercice : Démontrer les deux propriétés suivantes vues en 6^{ème} :

- 1) Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
- 2) Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

III. Application : Somme des angles d'un triangle

1) Activité et propriété

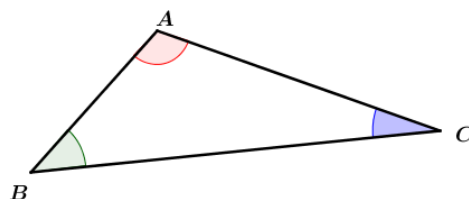
Propriété

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à

Exemple

Dans le triangle ABC ci-contre :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = \dots\dots\dots$$



Cas particuliers : Triangle rectangle et réciproque, triangle rectangle isocèle et triangle équilatéral.